

A bridge between the double resolving problem of graphs and the coin-weighing problem

Changhong Lu

Department of Mathematics, East China Normal University

Abstract

图 G 的顶点子集 S 称为图 G 的 2- 分辨集 (Double resolving set), 如果 G 中任意两个顶点 u, v 都能在 S 中找到两个顶点 x, y 满足: x 到 u 的距离与 x 到 v 的距离之差不等于 y 到 u 的距离与 y 到 v 的距离之差。2- 分辨集的概念最初仅仅是 Caceres 等人为了研究分辨集问题 (resolving set problem) 作为研究工具提出的一个新概念。2014 年, 陈旭瑾等人发现了带权值图的最小 2- 分辨集问题等价于复杂网络的扩散源定位问题 (Locating the source of a diffusion in complex networks)。硬币称重问题 (Coin-weighing problems) 是个古老的组合优化问题, 其中一个经典形式为: 给定 n 个硬币, 假定真硬币的重量和假硬币的重量均已知, 用弹簧称对硬币进行称重, 用最少的称重次数将所有的假币找出来。硬币称重问题已经得到很多学者广泛地研究。

最近, 我们证明了超方体的 2- 分辨集问题与硬币称重问题的等价关系, 我们利用硬币称重问题上著名的 Lindström 算法给出超方体 2- 分辨集问题的一些新结果, 包括解决公开问题; 超方体的 2- 分辨集问题的图论结果反过来也提供了硬币称重问题的一些新进展。另外, 我们也将介绍块图、仙人掌图、 k - 边树以及树的线图上的 2- 分辨集问题的一些算法和理论结果。